

منطق گزاره‌ها در بوطهٔ نقد و داوری

دکتر مرتضی حاج‌حسینی

نظام‌های منطقی:

کلاسیک (classic): منطق گزاره‌ها و منطق محمول‌ها

نیمه کلاسیک (semi classic) : منطق‌های موجهات، زمان، تکلیف، امری، پرسشی، شناخت

و ...

غیر کلاسیک (nonclassic) : منطق‌های ربط، چند ارزشی، فازی، کوانتومی، شهودی، آزاد و ...

- نظام‌های نیمه کلاسیک هر یک بر پایه نظام‌های کلاسیک ایجاد شده‌اند و نسبت به آن‌ها مکمل و توسعه یافته محسوب می‌شوند.
- نظام‌های غیر کلاسیک هر یک از جهتی بدیل یکی از نظام‌های کلاسیک به‌شمار می‌آیند.
- دلیل شکل‌گیری نظام‌های نیمه کلاسیک و غیر کلاسیک چالش‌ها و انتقادهای جدی بود که نظام کلاسیک از همان آغاز با آن‌ها روبه‌رو بود که از جمله مهم‌ترین آن‌ها پارادوکس‌های استلزام مادی است.

در منطق کلاسیک گزاره‌ها

- ۱- همهٔ ادات‌های منطقی تابع‌ارزشی هستند و این منطق به‌عنوان منطق تابع‌ارزشی شناخته می‌شود.
- ۲- استلزام مادی یعنی شرطی تابع‌ارزشی اساس هرگونه تفسیر شرط است.
- ۳- ادات تابع‌ارزشی شرط با سایر ادات‌های فصل و عطف پیوندی ناگسستنی دارد.
- ۴- استلزام مادی یعنی شرطی تابع‌ارزشی اساس هرگونه تفسیر درستی و اعتبار استدلال است.
- ۵- استدلال درست است اگر نتیجه به‌کمک قاعده‌ها از مقدمه‌ها به‌دست آید و معتبر است اگر فاقد نمونه خلاف باشد.
- ۶- ادات‌های منطقی، ادات‌های پایه به‌شمار می‌آیند و این منطق برای منطق کلاسیک محمول‌ها و نیز برای منطق‌های نیمه‌کلاسیک و در پاره‌ای موارد حتی غیر کلاسیک منطق پایه تلقی می‌شود.

چالش‌ها و محدودیت‌های منطق پایه تابع‌ارزشی گزاره‌ها

در قلمرو فرمول‌ها

نسبت بین فرمول‌ها

$$P \supset Q \dashv\vdash \sim P \vee Q$$

$$\sim P \vee Q \dashv\vdash \sim (P \wedge \sim Q)$$

$$P \supset Q \dashv\vdash \sim (P \wedge \sim Q)$$

انواع فرمول‌ها

فرمول‌های بسیط P, Q, \dots
فرمول‌های مرکب شامل:

- نقیض $\sim P$
- شرطی $P \supset Q$
- فصلی $P \vee Q$
- عطفی $P \wedge Q$

شرطی‌ها در زبان طبیعی

اگر هوا آفتابی باشد به پارک می‌رویم (هر چهار سطر)

اگر الان (روز روشن) شب است گفته‌تو هم راست است. (مقدم و تالی کاذب است)

- اگر باران ببارد، زمین تر می‌شود. (استلزام علی)
- اگر حسن متاهل است، حسن همسر دارد. (استلزام معنایی)
- اگر باران می‌بارد، چنین نیست که باران نمی‌بارد. (استلزام صوری)
- اگر باران می‌بارد، باران نمی‌بارد. (مقدم و تالی نقیض یکدیگرند)
- اگر ایران در آسیا است، آب دریا شور است. (مقدم و تالی صادق است)
- اگر ایران در اروپا است، آب دریا شور است. (مقدم کاذب و تالی صادق است)
- اگر ایران در اروپا است، آب دریا شیرین است. (مقدم و تالی کاذب است)

شرطی‌ها در علوم تجربی

هیچ کس در علوم تجربی نمی‌پذیرد که جمله:

• اگر X در آب قرار گیرد X حل می‌شود

تنها به این اعتبار که X تاکنون در آب قرار نگرفته است، به اعتبار کذب مقدم، صادق به‌شمار آید.

شرطی‌ها در فلسفه

هیچ کس از تصدیق جمله

• اگر X مادی است X تجزیه پذیر است

تنها به این اعتبار که ارزش مقدم و تالی آن معلوم نیست خودداری نمی کند.

شرطی‌های خلاف واقع

در شرطی‌های خلاف واقع هیچ کس نمی‌پذیرد که در جمله:

- اگر کانگوروها دم نداشتند واژگون می‌شدند

اگر مقدم را نگه داریم و به جای تالی، نقیض تالی را بگذاریم، شرطی:

- اگر کانگوروها دم نداشتند واژگون نمی‌شدند

تنها به این اعتبار که مقدم آن همچنان کاذب است، صادق به‌شمار آید.

پارادوکس‌های استلزام مادی

- $\vdash Q \supset (P \supset Q)$ (positive paradox of material implication) •
- $\vdash \sim P \supset (P \supset Q)$ (negative paradox of material implication) •
- $\vdash (\sim P \wedge P) \supset Q$ (ex falso quodlibet) •
- $\vdash P \supset (Q \vee \sim Q)$ (ex quodlibet true) •
- $\vdash (P \supset Q) \vee (Q \supset P)$ (disjunctive paradox) •

در قلمرو استدلال‌ها

۱- استدلال‌هایی که هم درستی آنها به کمک قاعده‌های نحوی منطق کلاسیک گزاره‌ها قابل اثبات است و هم اعتبار آنها به کمک قاعده‌های معنایی منطق کلاسیک گزاره‌ها:

$$\sim (P \supset \sim Q) \vdash P$$

نمونه نقضی:

چنین نیست که اگر باران می‌بارد، زمین تر نیست. ∴ باران می‌بارد.

$$(P \wedge Q) \supset R \vdash (P \supset R) \vee (Q \supset R)$$

نمونه نقضی:

اگر کلید a را در حالت ۱ و کلید b را نیز در حالت ۱ قرار دهیم لامپ روشن می‌شود.
∴ اگر کلید a را در حالت ۱ قرار دهیم لامپ روشن می‌شود یا اگر کلید b را در حالت ۱ قرار دهیم لامپ روشن می‌شود.

۲- استدلال‌هایی که نه درستی آنها به کمک قاعده‌های نحوی منطق کلاسیک گزاره‌ها قابل اثبات است نه اعتبار آنها به کمک قاعده‌های معنایی منطق کلاسیک گزاره‌ها:

$$P \supset Q \vdash \sim (P \supset \sim Q)$$

نمونه نقضی ۱:

اگر باران ببارد، زمین تر می‌شود ∴ چنین نیست که اگر باران ببارد، زمین تر نشود

نمونه نقضی ۲:

اگر باران می‌بارد، بارانی خود را می‌پوشیدم ∴ چنین نیست که اگر باران می‌بارد، بارانی خود را نمی‌پوشیدم

درستی و اعتبار استدلال

- در نحوشناسی منطق کلاسیک گزاره‌ها اما استدلال **درست** به‌شمار می‌آید اگر و تنها اگر نتیجه به‌کمک قاعده‌های استنتاج از مقدمه‌ها به‌دست آید، فرقی نمی‌کند مجموعه‌ای که عضوهای آن مقدمه‌های آن استدلال است، نحوی‌سازگار باشد یا نباشد.
- در معناشناسی این منطق نیز استدلال **معتبر** به‌شمار می‌آید؛ اگر و تنها اگر تعبیری برای استدلال پیدا نشود که در آن تعبیر مقدمه‌ها صادق و نتیجه کاذب باشد، فرقی نمی‌کند مجموعه‌ای که عضوهای آن مقدمه‌های آن استدلال است، معنایی‌سازگار باشد یا نباشد.

- نحوی ناسازگار بودن / معنایی ناسازگار بودن مجموعه‌ای که عضوهای آن مقدمه‌های یک استدلال است نه تنها موجب نادرستی / عدم اعتبار آن استدلال نمی‌شود؛ بلکه درستی / اعتبار آن را نیز تضمین می‌کند.
- به علاوه اگر مجموعه‌ای که عضوهای آن مقدمه‌های یک استدلال است، نحوی ناسازگار / معنایی ناسازگار باشد آن استدلال با هر نتیجه‌ای درست / معتبر قلمداد می‌شود.
- از این رو در بحث نمونه‌جانشین نیز اگر استدلالی در این منطق درست / معتبر باشد و به جای تمام موردهای یک گزاره‌نشانه در آن، فرمول دیگری را قرار دهیم، چه مجموعه‌ای که عضوهای آن مقدمه‌های استدلال جدید است، نحوی سازگار / معنایی سازگار باشد یا نباشد، استدلال حاصل نمونه‌جانشین استدلال نخست به شمار می‌آید و درست / معتبر تلقی می‌شود؛ برای مثال استدلال ب درست / معتبر است:

- الف) $P \wedge Q, Q \rightarrow R \vdash R$

- ب) $\sim Q \wedge Q, Q \rightarrow R \vdash R$

- افزایش مقدمه‌های یک استدلال درست / معتبر نیز با فرمولی که با مقدمه‌های آن استدلال مجموعه‌ای نحوی ناسازگار / معنایی ناسازگار تشکیل می‌دهند هیچ آسیبی به درستی / اعتبار آن استدلال نمی‌زند.
- افزایش مقدمه‌های یک استدلال نادرست / نامعتبر با فرمولی که با مقدمه‌های آن استدلال مجموعه‌ای نحوی ناسازگار / معنایی ناسازگار تشکیل می‌دهند آن استدلال نادرست / نامعتبر را به استدلالی درست / معتبر تبدیل می‌کند.
- درستی هر استدلال همواره به‌منزله درستی استدلال‌های بی‌شمار دیگری است که تفاوت آن‌ها با استدلال نخست در این است که در آن‌ها فرمول یا فرمول‌های دیگری را، با هر معنا و به هر تعداد، به‌عنوان مقدمه به مقدمه‌های آن استدلال اضافه کرده‌ایم.

- می‌توانیم از برخی استدلال‌های درست با افزودن فرمول یا فرمول‌های دیگر، استدلال یا استدلال‌هایی بسازیم که درست‌اند، اما نمونه‌جانشین استدلالی نادرست به‌شمار می‌آیند؛ برای مثال، استدلال درست زیر را در نظر بگیرید:

$$\sim (P \vee Q) \vdash \sim (P \wedge Q)$$

- از این استدلال با افزودن فرمول $(P \vee Q) \supset (P \wedge Q)$ به‌عنوان مقدمه‌ای دیگر می‌توان استدلال درست زیر را ساخت:

$$(P \vee Q) \supset (P \wedge Q), \sim (P \vee Q) \vdash \sim (P \wedge Q)$$

- که نمونه‌جانشین استدلال نادرست زیر است:

$$P \supset Q, \sim P \vdash \sim Q$$

- از این رو در این منطق اگر بر استدلالی برهان نداشته باشیم و بنابراین نادرست باشد، همه نمونه‌جانشین‌های آن نادرست نیستند.

مشکل اساسی در منطق پایه کلاسیک گزاره‌ها

- اگر مقدمه‌ها می‌توانند با هم ناسازگار باشند و این ناسازگاری آسیبی به درستی و اعتبار استدلال نمی‌زند و در این صورت نتیجه هر چیزی می‌تواند باشد آیا مقدمات یک استدلال با نتیجه در آن استدلال رابطه ضروری دارند؟

- $P, \sim P \vdash Q$

- $P, \sim P \vdash \sim Q$

- منطق‌دانان کلاسیک خود به این نکته واقفند که رابطه مقدمات با نتیجه را همان شرطی مادی می‌دانند که شروط صدق آن تابع‌ارزشی است و لازم نیست بین مقدم و تالی آن رابطه ضروری برقرار باشد.

- در این صورت آیا به نتایجی که در این منطق به دست می‌آید می‌توان اعتماد کرد؟ در هر استدلال منطقی یا ریاضی وقتی شرط نکرده‌ایم و بررسی نمی‌کنیم که مقدمه‌ها با هم سازگارند یا ناسازگار، از کجا بدانیم نتیجه از وجود تناقضی پنهان در مقدمه‌ها ناشی نشده باشد؟

ادعای **بهنجاری** یک سیستم منطقی به این معنی است که قاعده‌های استنتاج در آن سیستم صدق نگهدارند و از مقدمه‌های صادق نتیجه کاذب به بار نمی‌آورند. در چنین سیستمی انتظار نمی‌رود استدلالی که قاعده‌های استنتاج از عهده اثبات آن برمی‌آیند مقدمه‌های صادق و نتیجه کاذب داشته باشد.

- استدلال زیر مقدمه‌های صادق و نتیجه کاذب دارد
- اگر X زوج است، بر ۲ قابل قسمت است.
- اگر X اول است، جز بر ۱ و خودش قابل قسمت نیست.
- \therefore اگر X زوج است، جز بر ۱ و خودش قابل قسمت نیست یا اگر X اول است، بر ۲ قابل قسمت است.

$$P \supset Q, R \supset S \vdash (P \supset S) \vee (R \supset Q)$$

- این اتفاق آیا به این معنی است که قاعده‌های استنتاج در این منطق صدق نگهدار نیستند؟
- جالب این است که این صورت‌بندی در منطق کلاسیک گزاره‌ها معتبر نیز هست. آیا این بدان معنی است که صورت‌بندی یاد شده از این استدلال درست نیست. در این صورت می‌پرسم چرا منطق کلاسیک از صورت‌بندی این استدلال ساده ریاضی بر نمی‌آید؟

ادعای **تمامیت** یک سیستم منطقی نیز به این معنی است که قاعده‌های استنتاج در آن سیستم از توانایی و امکانات لازم برای اثبات درستی استدلال‌های معتبر برمی‌آیند. در چنین سیستمی انتظار نمی‌رود قاعده‌های استنتاج از عهدهٔ اثبات استدلالی که نتیجهٔ آن بر فرض صدق مقدمه‌ها صادق است برنیاید.

- استدلال زیر به‌وضوح درست است:

- اگر X زوج است، بر \mathcal{P} قابل قسمت است

- \therefore چنین نیست که اگر X زوج است، بر \mathcal{P} قابل قسمت نیست.

$$P \supset Q \vdash \sim (P \supset \sim Q)$$

- این اتفاق آیا به این معنی است که قاعده‌های استنتاج در این منطق از توانایی و امکانات لازم برای اثبات درستی استدلال‌های معتبر برخوردار نیست؟

- جالب این است که این صورت‌بندی از استدلال یاد شده در منطق کلاسیک گزاره‌ها نامعتبر است؛ آیا این بدان معنی است که صورت‌بندی یاد شده از این استدلال درست نیست. در این صورت می‌پرسم چرا منطق کلاسیک از صورت‌بندی این استدلال ساده ریاضی بر نمی‌آید؟

با تشکر از صبر و حوصله شما