سمینار منطق ریاضی و کاربردهای آن

IPM
پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

برنامه سخنرانی ها

چهارشنبه ۹ خرداد ۱۴۰۳		
ساعت	**سخنران**	**عنوان سخنرانی**
۸:۴۵	-----	**ثبت نام و افتتاحیه**
۰۹:۰۰	**سعید صالحی پورمهر** دانشگاه تبریز	**A Stumble of the Genius: Gödel’s ω-Consistency**
استراحت و پذیرایی- ۱۰:۰۰ الی ۱۰:۳۰		
۱۰:۳۰	**مرتضی منیری** دانشگاه شهید بهشتی	**پارادوکس‌های نامتناهی و محاسبات نامتناهی**
۱۱:۳۰	**محسن شهریاری** دانشگاه صنعتی شریف	**توابع به طور اثبات‌پذیر تام در حساب پایه و نظریه‌های مرتبط**
نهار و نماز- ۱۲:۰۰ الی ۱۴:۰۰		
۱۴:۰۰	**نازنین روشندل توانا** دانشگاه صنعتی امیرکبیر و پژوهشگاه دانش‌های بنیادی	**The Craig Interpolation Property in First-order Gödel Logic and its Extensions**
استراحت و پذیرایی- ۱۵ الی ۱۵:۳۰		
۱۵:۳۰	**علیرضا محمودیان** دانشگاه تهران	**منطقِ لوکالِ پویا**
۱۶:۰۰	**روح‌اله حسینی‌نوه** دانشگاه شهید باهنر کرمان	**Adding Abraham Clubs and α-properness**

پنجشنبه ۱۰ خرداد ۱۴۰۳		
ساعت	سخنران	عنوان سخنرانی
۰۹:۰۰	**مسعود پورمهدیان** دانشگاه صنعتی امیرکبیر و پژوهشگاه دانش‌های بنیادی	**Bi-colored Expansions: A general overview**
استراحت و پذیرایی- ۱۰:۰۰ الی ۱۰:۳۰		
۱۰:۳۰	**سمیه جلیلی** دانشگاه صنعتی امیرکبیر	**Bi-Colored Expansions of Geometric Theories**
۱۱	**سعیده بهرامی** پژوهشگاه دانش‌های بنیادی	**A set theoretical point of view to the models of arithmetic: cardinal numbers**
نهار و نماز- ۱۲:۰۰ الی ۱۴:۰۰		
۱۴:۰۰	**افشین زارعی** دانشگاه صنعتی اصفهان	**ساختار جمعی اعداد صحیح به همراه دنبالهٔ پایینی ویتهُف**
۱۴:۳۰	**محسن خانی** دانشگاه صنعتی اصفهان	**ساختار جمعی اعداد صحیح به همراه یک دنبالهٔ بیتی: اثباتی برای مدل‌کامل بودن و تصمیم‌پذیری**

جهت مشاهده چکیده سخنرانی ها، می توانید QR Code زیر را اسکن نمایید.

پژوهشگاه‌دانش‌های‌بنیادی

A Stumble of the Genius: Gödel's ω-Consistency

سعید صالحی پور مهر
دانشگاه تبریز

At the beginning, Gödel proved his first incompleteness theorem for sound theories. Later, he weakened the soundness condition to "$\aleph_0$-consistency," which evolved to "ω-consistency" afterward. Though Gödelian sentences are unprovable in consistent theories, they are not necessarily irrefutable; for that, we need stronger conditions. Gödel (1931) already notes that a necessary and sufficient condition for the independence of Gödelian sentences of a theory T is just a bit more than the simple consistency of T: the consistency of T with Con_T, the consistency statement of T.

In this talk, we present a brief history of the notion of ω-consistency and present some new results on and about it.

- Saeed Salehi (2023), On Gödel's "Much Weaker" Assumption, *History and Philosophy of Logic* (forthcoming). Preprint: arXiv:2209.07122.

پارادوکسهای نامتناهی و محاسبات نامتناهی

مرتضی منیری
دانشگاه شهید بهشتی

پارادوکس‌های مشهور زنو، سرچشمهٔ بحثهای مفصل تاریخی در مورد مفهوم نامتناهی بوده‌اند. این بحثها از ابتدا با مفهوم پیوستار وخط حقیقی نیز مرتبط بوده‌اند. به‌نظر می‌رسد که در نهایت، با تدوین اصول موضوعهٔ اعداد حقیقی توسط هیلبرت و نظریهٔ مجموعه توسط تسرملو و فرانکل در ابتدای قرن بیستم، آرامش در این زمینه حاصل شده است. یک فراعمل، یا عمل خارق‌العاده، عملی است که شامل بی‌نهایت مرحله باشد اما به تعبیری در زمان متناهی قابل انجام باشد. هرچند که انجام یک فراعمل، پاردوکس‌گونه به نظر می‌رسد، درپرتو بررسی‌های جدید در فلسفهٔ فیزیک معاصر، امکان انجام برخی فراعملها مطرح شده است. در پرتو این امکان لااقل نظری، نگاهی دوباره به پاردوکسهای نامتناهی و محاسبات نامتناهی خواهیم داشت. در این راستا، برخی ماشینهای تورینگ نامتناهی مرتبط را بررسی خواهیم کرد. در کنار اینها و درصورت داشتن زمان (نامتناهی!)، اشاره‌ای هم به مفهوم شهودگرایانهٔ پیوستار و همچنین خط حقیقی نااستاندارد، به منظور پاسخگویی به پاردوکسها، خواهیم داشت. این سخنرانی به‌طور عمده غیرتکنیکال خواهد بود.

توابع به طور اثبات‌پذیر تام در حساب پایه و نظریه‌های مرتبط

محسن شهریاری
دانشگاه صنعتی شریف

منطق پایه یک منطق زیرشهودی است که از تضعیف ادات شرطی و سور عمومی در منطق شهودگرایانه به دست می‌آید. این منطق به عنوان جایگزینی برای منطق شهودگرایانه، در نتیجه نقدی ساخت‌گرایانه بر قرائت رایج از تعبیر براوئر-هیتینگ-کولموگروف معرفی شده است. حساب پایه نظریه‌ای است که با در نظر گرفتن اصول پئانو روی منطق پایه به دست می‌آید. در این سخنرانی ابتدا به معرفی منطق پایه و نظریه‌های مبتنی بر آن می‌پردازیم. سپس با تمرکز روی حساب پایه و برخی نظریه‌های مرتبط، نتایجی در مورد قدرت آن‌ها ارائه می‌کنیم. به‌ویژه، به بررسی توابع به طور اثبات‌پذیر تام، به عنوان معیاری از قدرت اثبات در این نظریه‌ها، می‌پردازیم.

The Craig Interpolation Property in First-order Gödel Logic and its Extensions

نازنین روشندل توانا
دانشگاه صنعتی امیرکبیر و پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

As it mentioned in [1], the Craig interpolation property in first-order Gödel logic, **G** is an open problem.

Theorem 1. (Craig interpolation property in **G**) Suppose φ and ψ are two closed **G**-formulas with $\varphi \Vdash \psi$. Then, there exists a closed **G**-formula θ in $\mathcal{L}_\varphi \cap \mathcal{L}_\psi$ such that $\varphi \Vdash \theta$ and $\theta \Vdash \psi$. Note that $\mathcal{L}_\varphi$ and $\mathcal{L}_\psi$ are the languages of all symbols in φ and ψ, respectively.

In this theorem, $\Vdash$ is a 1-entailment relation and is defined as follows;

Definition 2. (1-entailment) For a theory T and a closed formula φ, T 1-entails φ, denoted by $T \Vdash \varphi$, if $v(\varphi) = 1$ for each valuation v which models T.

In this article, first, the Craig interpolation property is studied in an extension of Gödel logic which is called rational Gödel logic, [2]. Second, a model-theoretic approach is proposed to prove that the first-order Gödel logic, **G**, as well as its extension $\mathbf{G}^{\Delta}$ associated with first-order relational languages enjoy the Craig interpolation property, [3]. Finally, it is shown that the Craig interpolation property holds in general first-order Gödel logic with similarity in arbitrary languages and also, with respect to entailment instead of 1-entailment.

References

[1] J.P. Aguilera and M. Baaz, *Ten problems in Gödel logic*, Soft Comput 21, 2017, pp. 149–152. https://doi.org/10.1007/s00500-016-2366-9.

[2] N.R.Tavana, The Craig interpolation property for rational Gödel logic, Iranian Journal of Fuzzy Systems, Vol. 20(1), 2023, pp. 19–25. https://doi.org/10.22111/ijfs.2023.7343

[3] N.R. Tavana, M. Pourmahdian and S.A. Katami, *The Craig interpolation property in first-order Gödel logic*, Fuzzy sets and systems, Vol. 485, 2024, https://doi.org/10.1016/j.fss.2024.108958

منطقِ لوکالِ پویا

علیرضا محمودیان
دانشگاه تهران

عملگرِ «استلزامِ مجرد»، به عنوانِ تعمیمی از عملگرِ استلزامِ شهودگرایانه، به صورتِ عملگری دوتایی روی یک ساختارِ ترتیبِ جزئیِ دارای ساختمانِ کافی تعریف می‌شود به قسمی که رابطهٔ ترتیبِ آن ساختار را در زبانِ داخلیِ آن منعکس کند. به طورِ خاص، در یک ساختارِ تشکیل‌شده از یک مشبکهٔ کران‌دارِ پخشیِ دارای یک درون‌ریختی مانند ∇، می‌توان نمونهٔ کانونیِ استلزامِ مجرد را در یک الحاقِ راست به صورتِ زیر یافت:

$$\nabla c \wedge a \leq b \iff c \leq a \to b$$

این ساختار که آن را لوکالِ پویا می‌نامیم از منظرهای جبری و هندسی مطالعه شده است. مثلاً نشان داده شده است که در لوکال‌های پویایی که از بازهای یک فضای توپولوژیک ساخته می‌شوند این عملگرِ استلزام، بر خلاف عملگرِ استلزامِ شهودگرایانه، یک عملگرِ توپولوژیک است، به این معنی که تحتِ توابعِ پیوسته ناوردا است. همچنین بر خلافِ تعبیر برهانِ BHK برای منطقِ شهودگرایانه، که تعریفِ برهانِ استلزام در آن دوری است، تعبیرِ برهانی که برای این عملگر ارائه شده است مشکلِ دوری بودنِ تعریفِ برهانِ استلزام را حل می‌کند.

می‌خواهیم لوکالِ پویا را به عنوانِ یک منطق مطالعه کنیم. برای این کار، «منطقِ لوکالِ پویا» را به صورتِ یک دستگاه در قالبِ حسابِ رشته‌ها معرفی می‌کنیم. قواعد مربوط به عملگرِ استلزام در این دستگاه به صورت زیر است:

$$\frac{\nabla\Gamma, A \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \to B}\, R\to \qquad\qquad \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma, B \Rightarrow \Delta}{\Gamma, \nabla(A \to B) \Rightarrow \Delta}\, L\to$$

همچنین قاعدهٔ مربوط به عملگرِ ∇ در این دستگاه به این صورت است:

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A}{\nabla\Gamma \Rightarrow \nabla A}\, \nabla$$

دستگاهِ منطقِ لوکالِ پویا شاملِ قواعدِ بالا به اضافهٔ سایرِ قواعدِ منطقی و ساختاریِ دستگاه **LJ** برای منطقِ شهودگرایانه است.

نشان داده شده است که این دستگاه نسبت به ردهٔ لوکال‌های پویا درست و تمام است. همچنین در معناشناسیِ کریپکیِ ارائه شده برای این دستگاه ∇ به عملگر «پس‌کشی» تعبیر می‌شود، به این معنی که گزارهٔ ∇A در وضعِ w صادق است اگر گزارهٔ A در یک وضعِ پیش از w صادق باشد. به این ترتیب، با توجه به قواعدِ مربوط به استلزام در دستگاه، می‌توان تعبیرِ برهان برای عملگر استلزام را به این صورت خواند: برهانِ

$A \to B$ در وضعِ w ساختمانی است که برای هر برهانِ A در وضعی پس از w، یک برهانِ B در وضعی پس از w می‌سازد. این تعریف، بر خلافِ تعریفِ برهان برای عملگرِ استلزام در تعبیرِ BHK دوری نیست.

ویژگی‌های نظریهٔ برهانی این دستگاه، از جمله حذفِ قاعدهٔ برش و تحلیلی بودن قواعد را بررسی می‌کنیم. به این منظور دستگاه دیگری، معادل با دستگاه بالا برای منطقِ لوکالِ پویا می‌سازیم که قاعدهٔ برش و قواعد ساختاریِ حساب رشته‌ها در آن پذیرفتنی باشد. این دستگاه در استفاده از روش‌های نظریهٔ برهانی برای مطالعهٔ منطقِ لوکالِ پویا به ما کمک می‌کند. همچنین به کمک این دستگاه ویژگی‌های دیگری مانند پذیرفتنی بودنِ قواعدِ ویسر، ویژگیِ فصلی، صورتِ متفاوتی از قضیهٔ استنتاج و وجودِ درون‌یابِ کریگ را برای منطقِ لوکالِ پویا نشان خواهیم داد.

Adding Abraham Clubs and α-Properness

روح‌اله حسینی‌نوه
دانشگاه شهید باهنر کرمان

For every indecomposable ordinal $\alpha < \omega_1$, we introduce a variant of Abraham forcing for adding a club of ω_1, which is $< \alpha$-proper but not α-proper.

Bi-Colored Expansions: A General Overview

مسعود پورمهدیان
دانشگاه صنعتی امیرکبیر و پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

In this talk I will review the classical results in the field of Bi-colored fields. I will also discuss some new results in this subject, considering expansions of geometric theories which satisfy certain nice model-theoretic properties, such as NIP, NTP2, simplicity and NSOP1.

Bi-Colored Expansions of Geometric Theories

سمیه جلیلی
دانشگاه صنعتی امیرکبیر

The goal of this lecture is to introduce expansions of models of a geometric theory T by a color predicate p. In this regard, with inspiration from Laskowski's axiomatization of the ab-initio construction, we provide a complete Π_2-axiomatization $\mathbb{T}_\alpha$, for each $\alpha \in (0, 1]$. We will demonstrate how transferring certain model-theoretic properties, such as NIP and strong-dependence, from T to $\mathbb{T}_\alpha$, depends on whether α is rational or irrational.
This is a joint work with Dr. Massoud Pourmahdian and Dr. Mohsen Khani.

A Set Theoretical Point of View to the Models of Arithmetic: Cardinal Numbers

سعیده بهرامی
پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

In the 1970s, L. Kirby and J. Paris established a tradition in the realm of model theory of arithmetic by attributing combinatorial properties of cardinal numbers to initial segments of models of arithmetic. It turned out that such a point of view leads to a variety of fruitful outcomes on different areas of the field such as second order arithmetic, independence results, and elementary extensions of models of arithmetic. In this talk, we will first review some of these results and then will discuss the notion of cardinality in a model of arithmetic.

ساختار جمعی اعداد صحیح به همراه دنبالهٔ پایینی ویتهُف

افشین زارعی
دانشگاه صنعتی اصفهان

هر دنباله با جملهٔ عمومی $[rn]$ را که در آن r عددی غیرگویا و کروشه‌ها نشان دهندهٔ جزءصحیح هستند، یک *دنبالهٔ بیتی* می‌نامند. دنباله‌های بیتی ویژگی‌های جذابی دارند که به‌طور گسترده در نظریهٔ اعداد مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. در این سخنرانی، به موضوع تصمیم‌پذیری ساختار حاصل از افزودن دنبالهٔ بیتی متناظر با نسبت طلایی (دنبالهٔ پایینی ویتهُف) به ساختار جمعی اعداد صحیح خواهم پرداخت. بدین منظور نخست خاستگاه و اهمیت این مسأله را با تکیه بر پیشینهٔ آن بیان خواهم کرد. سپس توضیح کوتاهی دربارهٔ این ساختار و دنبالهٔ ویتهُف خواهم داد و در انتها اثباتِ یک نتیجهٔ حذف‌سور برای این ساختار را بیان خواهم کرد که تصمیم‌پذیری ساختار از آن نتیجه می‌شود. به‌کارگیری یک ابزار مقدماتی در نظریهٔ مدل‌ها برای اثبات این تصمیم‌پذیری، نقطهٔ قوت این نتیجه، نسبت به نتایج پیشین دربارهٔ همین موضوع است.

این سخنرانی بر اساس مقالهٔ زیر است:

Mohsen Khani and Afshin Zarei, “The Additive Structure of Integers with the Lower Wythoff Sequence”, *Arch. Math. Logic* 62, 225–237 (2023).

ساختار جمعی اعداد صحیح به همراه یک دنبالهٔ بیتی: اثباتی برای مدل‌کامل بودن و تصمیم‌پذیری

محسن خانی
دانشگاه صنعتی اصفهان

در سخنرانی آقای زارعی در همین همایش، ساختار جمعی اعداد صحیح به همراه «دنبالهٔ ویدهوف» معرفی و یک نتیجهٔ حذف سور برای آن اثبات شد. دنبالهٔ ویدهوف یک حالت خاص از دنباله‌های «بیتی»، یعنی دنباله‌های به صورت $\{\alpha n\}_{n\in\mathbb{N}}$ است که در آن α نسبت طلایی است؛ یعنی در معادلهٔ جبری $\alpha^2 = \alpha + 1$ صدق می‌کند. در سخنرانی من قرار است این نتیجه برای دنباله‌های بیتی‌ای که در آن α عددی حتی غیرجبری است تعمیم داده شود. در مقاله‌ای که پیوند آن در زیر قرار گرفته است، یک اصل‌بندی ساده و طبیعی برای چنین ساختاری معرفی، و مدل‌کامل بودن آن اثبات شده است. با استفاده از مدل کامل بودن، نشان داده شده است که در صورتی که α عددی محاسبه‌پذیر باشد، ساختار مورد نظر تصمیم‌پذیر است.

لینک مقاله: https://arxiv.org/abs/۲۱۱۰.۰۱۶۷۳

مؤلفان دیگر: علی ولی‌زاده، افشین زارعی

انگلیسی برخی کلمه‌های استفاده شده در چکیده:

Beatty, Wythoff, model-completeness, decidability, computable, Hieronymi